



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет»**



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по науке и инновациям

В.Н. Коротяев

« 1 » « 26 » 2017г.

**Рабочая программа дисциплины  
«Спецглавы математики»**


<b>Направление подготовки</b>	01.06.01 Математика и механика
<b>Направленность (профиль) программы аспирантуры</b>	Функционально-дифференциальные уравнения
<b>Научная специальность</b>	01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
<b>Квалификация выпускника</b>	Исследователь. Преподаватель-исследователь
<b>Выпускающие кафедры</b>	Вычислительная математика и механика (ВМиМ) Высшая математика (ВМ)
<b>Форма обучения</b>	Очная
<b>Курс: 2</b>	<b>Семестр: 3</b>
<b>Трудоёмкость:</b>	
Кредитов по рабочему учебному плану:	3 ЗЕ
Часов по рабочему учебному плану:	108 ч
<b>Виды контроля с указанием семестра:</b>	
Экзамен: -	Зачёт: 3

Пермь 2017 г.

Рабочая программа дисциплины «Спецглавы математики» разработана на основании следующих нормативных документов:

- Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 866 от «30» июля 2014 г. по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика;
- Общая характеристика образовательной программы;
- Паспорт научной специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказа Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. №59 «Об утверждении Номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени» (редакция от 14 декабря 2015 года);
- Программа-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.


Рабочая программа дисциплины заслушана и утверждена на заседании кафедры ВМиМ  
Протокол от «1» июня 2017г. № 11.  
Зав. кафедрой ВМиМ



(подпись)

Н.А. Труфанов

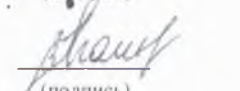
Рабочая программа дисциплины заслушана и утверждена на заседании кафедры ВМ  
Протокол от «16» мая 2017г. № 11.  
Зав. кафедрой ВМ



(подпись)

А.Р. Абдуллаев

Разработчик к.ф.-м.н., доц.  
программы



(подпись)

В.В.Малыгина

Руководитель к.ф.-м.н., доц.  
программы



(подпись)

В.В. Малыгина

Согласовано:

Начальник УПКВК



(подпись)

Л.А. Свисткова

## 1. Общие положения

**1.1 Цель учебной дисциплины** – формирование комплекса знаний, умений и навыков в области исследования динамических систем и оптимального управления с применением аппарата вариационного исчисления и интегральных уравнений.

В процессе изучения данной дисциплины аспирант формирует следующие **компетенции**:

- готовность использовать современный аналитический математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4);
- готовность использовать современные компьютерные методы решения и исследования функционально-дифференциальных уравнений (ПК-5).

### 1.2 Задачи учебной дисциплины:

• **формирование знаний**

- изучение основных направлений развития теории интегральных уравнений и вариационного исчисления;

• **формирование умений**

- формирование умения проводить количественные и качественные исследования свойств решений интегральных уравнений;

- формирование умения исследовать экстремальные задачи методами вариационного исчисления;

• **формирование навыков**

- формирование навыков применения современного аналитического аппарата и компьютерных методов решения вариационных задач и интегральных уравнений.

### 1.3 Предметом освоения дисциплины являются следующие объекты:

- классические интегральные уравнения;
- классические задачи на минимум или максимум, сводящиеся к исследованию экстремумов функционалов.

### 1.4 Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.ДВ.01.3 «Спецглавы математики» является дисциплиной по выбору вариативной части цикла базового учебного плана.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате изучения дисциплины аспирант должен освоить части указанных в пункте 1.1 компетенций и продемонстрировать следующие результаты:

**Знать:**

- постановки основных задач теории дифференциальных уравнений и задач оптимального управления;
- принципы решения основных исследовательских задач для дифференциальных уравнений и задач оптимального управления.

**Уметь:**

- применять аппарат интегральных уравнений к исследованию дифференциальных уравнений и систем;
- применять вариационные методы к исследованию задач оптимизации и управления.

### Владеть:

- основными аналитическими методами количественного и качественного исследования интегральных уравнений;
- аппаратом вариационного исчисления как одним из базовых инструментов при решении задач оптимизации;
- современными компьютерными методами исследования свойств решений интегральных уравнений и задач оптимизации.

#### 2.1 Дисциплинарная карта компетенции ПК-4

<b>Код</b> ПК-4	<b>Формулировка компетенции</b> готовность использовать современный аналитический математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных динамических систем
--------------------	---

<b>Код</b> ПК-4 Б1.ДВ.01.3	<b>Формулировка дисциплинарной части компетенции</b> готовность использовать аналитический аппарат современной теории интегральных уравнений и вариационного исчисления для решения задач теории функционально-дифференциальных динамических систем и оптимального управления
----------------------------------	--

#### Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
<b>Знать:</b> постановки основных задач теории дифференциальных уравнений и задач оптимального управления	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
<b>Уметь:</b> применять аппарат интегральных уравнений и вариационного исчисления к исследованию динамических систем	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
<b>Владеть:</b> основными аналитическими методами количественного и качественного исследования интегральных уравнений	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

#### 2.3 Дисциплинарная карта компетенции ПК-5

<b>Код</b> ПК-5	<b>Формулировка компетенции</b> готовность использовать современные компьютерные методы решения и исследования функционально-дифференциальных уравнений
--------------------	--

<b>Код</b> ПК-5 Б1.ДВ.01.3	<b>Формулировка дисциплинарной части компетенции</b> готовность использовать современные компьютерные методы решения вариационных задач
----------------------------------	--

#### Требования к компонентному составу части компетенции

Перечень компонентов	Виды учебной работы	Средства оценки
----------------------	---------------------	-----------------

<b>Знать:</b> принципы решения основных исследовательских задач для дифференциальных уравнений и задач оптимального управления	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование.</i>
<b>Уметь:</b> применять вариационные методы к исследованию задач оптимизации и управления	<i>Практические занятия. Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>
<b>Владеть:</b> аппаратом вариационного исчисления как одним из базовых инструментов при решении задач оптимизации; современными компьютерными методами исследования свойств решений интегральных уравнений и задач оптимизации	<i>Самостоятельная работа аспирантов.</i>	<i>Собеседование. Творческое задание.</i>

**3. Структура учебной дисциплины по видам и формам учебной работы**  
Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 ЗЕ (1 ЗЕ = 36 час.).

Таблица 1

Объем и виды учебной работы

№ п.п.	Вид учебной работы	Трудоёмкость, ч
		3 семестр
1	Аудиторная работа	36
	В том числе:	
	Лекции (Л)	-
	Практические занятия (ПЗ)	32
	Контроль самостоятельной работы (КСР)	4
2	Самостоятельная работа (СР)	72
	Форма итогового контроля:	Зачет

**4. Содержание учебной дисциплины**

**4.1 Модульный тематический план**

Таблица 2

Тематический план по модулям учебной дисциплины (3 семестр)

Номер раздела дисциплины	Номер темы дисциплины	Количество часов и виды занятий					Трудоёмкость, ч / ЗЕ
		аудиторная работа				Самостоятельная работа	
		всего	Л	ПЗ	КСР		
1	1	4		4		10	14
	2	6		6		10	16
	3	5		4	1	10	15
<b>Всего по разделу:</b>		<b>15</b>	<b>0</b>	<b>14</b>	<b>1</b>	<b>30</b>	<b>45</b>
2	4	4		4		10	14
	5	5		4	1	10	15
<b>Всего по разделу:</b>		<b>9</b>	<b>0</b>	<b>8</b>	<b>1</b>	<b>20</b>	<b>29</b>
3	6	7		6	1	10	17
	7	5		4	1	12	17
<b>Всего по разделу:</b>		<b>12</b>	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>2</b>	<b>22</b>	<b>34</b>
<b>Итого:</b>		<b>36</b>	<b>0</b>	<b>32</b>	<b>4</b>	<b>72</b>	<b>108 / 3</b>



## 4.2. Содержание разделов и тем учебной дисциплины

**Раздел 1.** Основы вариационного исчисления (ПЗ – 14 ч, СР – 30 ч).

Тема 1. Предмет вариационного исчисления. Вариация функционала. Уравнение Эйлера. Вариационная задача с закрепленными границами и ее обобщения.

Тема 2. Функционалы с подвижными концевыми точками. Вариационные задачи на условный экстремум.

Тема 3. Достаточные условия экстремума интегрального функционала. Условие Лежандра. Уравнение Якоби, условие Якоби.

**Раздел 2.** Применение вариационных методов к изучению динамических систем (ПЗ – 8 ч, СР – 20 ч).

Тема 4. Вариационное исчисление в теории оптимизации, в задачах функционального анализа и дифференциальных уравнений.

Тема 5. Приложение вариационных методов к задачам механики. Принцип Гамильтона.

**Раздел 3.** Интегральные уравнения (ПЗ – 10 ч, СР – 22 ч).

Тема 6. Интегральные уравнения Фредгольма. Связь с краевыми задачами для дифференциальных уравнений, построение оператора Грина.

Тема 7. Интегральные уравнения Вольтерра. Интегральное представление решения задачи Коши для дифференциальных уравнений в виде оператора Коши.

## 4.3. Перечень тем лабораторных работ

При изучении данной дисциплины лабораторные работы не предусмотрены.

## 4.4. Перечень тем практических занятий

Таблица 3

Темы практических занятий (из пункта 4.2)

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы практического занятия	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	1	Вариация функционала. Уравнение Эйлера.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
2	2	Вариационные задачи на условный экстремум.	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
3	3	Достаточные условия экстремума интегрального функционала.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
4	4	Вариационное исчисление как раздел функционального анализа	Собеседование.	Вопросы по темам / разделам дисциплины.
5	5	Приложение вариационных методов к задачам механики.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
6	6	Интегральные уравнения	Собеседование.	Вопросы по

		Фредгольма.	Творческое задание.	темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.
7	7	Интегральные уравнения Вольтерра.	Собеседование. Творческое задание.	Вопросы по темам / разделам дисциплины. Темы творческих заданий.

#### 4.5. Перечень тем семинарских занятий

При изучении данной дисциплины семинарские занятия не предусмотрены.

#### 4.6. Содержание самостоятельной работы аспирантов

Самостоятельная работа аспирантов заключается в теоретическом изучении конкретных вопросов и выполнении творческих заданий.

Таблица 4

Темы самостоятельных заданий

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы самостоятельной работы	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	1	Вариационная задача с закрепленными границами и ее обобщения.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
2	2	Функционалы с подвижными концевыми точками.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
3	3	Уравнение Якоби, условие Якоби	Творческое задание	Темы творческих заданий
4	4	Вариационные принципы в теории дифференциальных уравнений	Творческое задание	Темы творческих заданий
5	6	Функция Грина, оператор Грина.	Творческое задание	Темы творческих заданий
6	7	Функция Коши, оператор Коши	Творческое задание	Темы творческих заданий

#### 5. Методические указания для аспирантов по изучению дисциплины

При изучении дисциплины «Спецглавы математики» аспирантам целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.
4. К выполнению практических заданий приступать после самостоятельной работы по изучению теоретических вопросов.

#### 6. Образовательные технологии, используемые

### **для формирования компетенций**

Для успешного освоения дисциплины применяются различные образовательные технологии, которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной профессиональной образовательной программы.

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при которой аспиранты не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Проведение практических занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором аспиранты взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность аспирантов в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности аспирантов на достижение целей занятия.

### **7. Фонд оценочных средств**

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации и текущего контроля по дисциплине «Спецглавы математики» представлен в виде приложения к рабочей программе дисциплины.



## 8. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 8.1. Карта обеспеченности дисциплины учебно-методической литературой

<p>Б1.ДВ.01.3 «Спецглавы математики»</p>	<p><b>БЛОК 1</b></p>
<p>(индекс и полное название дисциплины)</p>	<p>(цикл дисциплины/блок)</p>
<p>01.06.01/ 01.01.02</p>	<p>Математика и механика / Функционально-дифференциальные уравнения</p>
<p>код направления / шифр научной специальности</p>	<p>(полные наименования направления подготовки / направленности программы)</p>

2017 Семестр(-ы): 4  
 (год утверждения учебного плана) Количество аспирантов: 2

Факультет прикладной математики и механики тел. 8(342)239-13-03; [fpmm@pstu.ru](mailto:fpmm@pstu.ru)  
 (контактная информация)

Кафедра вычислительной математики и механики тел. 8(342)239-15-64; [vmm@pstu.ru](mailto:vmm@pstu.ru)  
 (контактная информация)

Кафедра высшей математики тел. 8(342)239-16-97; [vm@pstu.ru](mailto:vm@pstu.ru)  
 (контактная информация)

### 8.2. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
<b>1 Основная литература</b>		
1	<p>Волков, Владимир Тарасович. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление : курс лекций : учебное пособие для вузов / В. Т. Волков , А. Г. Ягола ; Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет .— М. : Университет, 2008 .— 139 с.</p>	<p>2008 – 32 2007 – 53</p>
<b>2 Дополнительная литература</b>		

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
<b>2.1 Учебные и научные издания</b>		
1	Демидович, Борис Павлович. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова ; Под ред. Б. П. Демидовича .— 4-е изд., стер .— СПб : Лань, 2008.	30
2	Эльсгольц, Лев Эрнестович. Вариационное исчисление : учебник для вузов / Л.Э. Эльсгольц .— 6-е изд .— М. : КомКнига, 2006 .— 205 с.	13
3	Каратеодори, Константин. Вариационное исчисление и дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных : пер. с англ. / К. Каратеодори ; Под ред. С. В. Болотина, И. С. Тайманова .— Москва ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2012 .— 552 с.	1
4	Морс, Марстон. Вариационное исчисление в целом : пер. с англ. / М. Морс ; Институт компьютерных исследований .— Москва ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед. : Регуляр. и хаот. динамика, 2010 .— 510 с.	1
<b>2.2 Периодические издания</b>		
1	Известия вузов. Математика <a href="http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=ivm&amp;option_lang=rus">http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=ivm&amp;option_lang=rus</a>	Общероссийский математический портал
2	Дифференциальные уравнения <a href="http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=de&amp;option_lang=rus">http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=de&amp;option_lang=rus</a>	Общероссийский математический портал

### 8.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

#### 8.3.1. Лицензионные ресурсы<sup>1</sup>

1. Электронная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных электрон. док., издан. в Изд-ве ПНИПУ] / Перм. нац. исслед. политехн. ун-т, Науч. б-ка. — Пермь, 2016. — Режим доступа: <http://elib.pstu.ru>, свободный. — Загл. с экрана.

2. Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии кн., журн. по гуманит., обществ., естеств. и техн. наукам] / Электрон.-библ. система «Изд-ва «Лань». — Санкт-Петербург, 2010-2016. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. — Загл. с экрана.

3. ProQuest Dissertations & Theses Global [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : дис. и дипломные работы на ин. яз. по всем отраслям знания] / ProQuest LLC.

<sup>1</sup> собственные или предоставляемые ПНИПУ по договору

– Ann Arbor, 2016. – Режим доступа: <http://search.proquest.com/pqdtglobal/dissertations>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

4. Электронная библиотека диссертаций РГБ [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. версии дис. и автореф. дис. по всем отраслям знания] / Электрон. б-ка дис. – Москва, 2003-2016. – Режим доступа: <http://diss.rsl.ru>, компьютер. сеть Науч. б-ки Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

5. Cambridge Journals [Electronic resource : полнотекстовая база данных : электрон. журн. по гуманит., естеств., и техн. наукам на англ. яз.] / University of Cambridge. – Cambridge : Cambridge University Press, 1770-2012. – Режим доступа: <http://journals.cambridge.org>. – Загл. с экрана. 11.

6. ScienceDirect [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. науч. журн. и кн. по обществ., естеств. и техн. наукам на англ. яз.] / Elsevier B. V. – Amsterdam, 2016. – Режим доступа: <http://www.sciencedirect.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

7. Springer [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных : электрон. журн., кн. по гуманит., обществ., естеств. и техн. наукам, протоколы исследований на англ. и нем. яз.] / Springer International Publishing AG, Part of Springer Science+Business Media. – Cham, 2016. – Режим доступа: <http://link.springer.com>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

8. zbMATH [Электронный ресурс] : [реф.-библиограф. и аналит. база данных по математике на англ. яз.] / FIZ Karlsruhe GmbH. – Berlin, 2016. – Режим доступа: <https://zbmath.org>, по IP-адресам компьютер. сети Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

### 8.3.2. Открытые интернет-ресурсы

1. Пермский семинар по функционально-дифференциальным уравнениям - <http://fde-perm.livejournal.com/>

2. Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

3. Московский центр непрерывного математического образования – <http://www.mccme.ru/>

## 9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

**9.1. Специальные помещения и помещения для самостоятельной работы**  
Специальные помещения не требуются.

**9.2. Основное учебное оборудование**  
Специальное оборудование не требуется.

Лист регистрации изменений

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой
1	2	3
1		
2		
3		
4		

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет» (ПНИПУ)



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по науке и инновациям

В.Н. Коротаев  
» «06» \_\_\_\_\_ » 2017г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**для проведения промежуточной аттестации аспирантов по дисциплине  
«Спецглавы математики»**

<b>Направление подготовки</b>	01.06.01 Математика и механика
<b>Направленность (профиль) программы аспирантуры</b>	Функционально-дифференциальные уравнения
<b>Научная специальность</b>	01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
<b>Квалификация выпускника</b>	Исследователь. Преподаватель-исследователь
<b>Выпускающие кафедры</b>	Вычислительная математика и механика (ВММ) Высшая математика (ВМ)
<b>Форма обучения</b>	Очная
<b>Курс: 2</b>	<b>Семестры: 3</b>
<b>Трудоёмкость:</b>	
Кредитов по рабочему учебному плану:	<b>3 ЗЕ</b>
Часов по рабочему учебному плану:	<b>108 ч</b>
<b>Виды контроля с указанием семестра:</b>	
Экзамен: -	Зачёт: <b>3</b>

Пермь 2017 г.



**Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Спецглавы математики» разработан на основании следующих нормативных документов:**

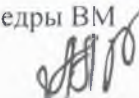
- Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 866 от «30» июля 2014 г. по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика;
- Общая характеристика образовательной программы;
- Паспорт научной специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, разработанный экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства в связи с утверждением приказа Минобрнауки России от 25 февраля 2009 г. №59 «Об утверждении Номенклатуры научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени» (редакция от 14 декабря 2015 года);
- Программа-минимум кандидатского экзамена по специальности 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

ФОС заслушан и утвержден на заседании кафедры ВММ  
Протокол от «1» июня 2017г. № 11.  
Зав. кафедрой ВММ

  
(подпись)

Н.А. Труфанов

ФОС заслушан и утвержден на заседании кафедры ВМ  
Протокол от «26» мая 2017г. № 11.  
Зав. кафедрой ВМ

  
(подпись)

А.Р. Абдуллаев

Руководитель  
программы, к.ф.-м.н., доцент

  
(подпись)

В.В. Малыгина

Согласовано:

Начальник управления  
подготовки кадров  
высшей квалификации

  
(подпись)

Л.А. Свисткова

# 1. Перечень формируемых частей компетенций, этапы их формирования и контролируемые результаты обучения

## 1.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Согласно основной профессиональной образовательной программе аспирантуры учебная дисциплина Б1.ДВ.01.3 «Спецглавы математики» участвует в формировании следующих дисциплинарных частей компетенций:

- готовность использовать современный аналитический математический аппарат для решения количественных и качественных задач теории функционально-дифференциальных уравнений (ПК-4);
- готовность использовать современные компьютерные методы решения и исследования функционально-дифференциальных уравнений (ПК-5).

## 1.2. Этапы формирования компетенций

Освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного (третьего) семестра. В этом семестре предусмотрены практические занятия (лекционные занятия отсутствуют), а также самостоятельная работа аспирантов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты дисциплинарных компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в дисциплинарных картах компетенций в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения и являются показателями достижения заданного уровня освоения компетенций (табл. 1).

Таблица 1

Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине  
(показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций)	Вид контроля	
	3 семестр	
	Текущий	Зачет
<b>Усвоенные знания</b>		
<b>З.1</b> знать постановки основных задач теории дифференциальных уравнений и задач оптимального управления	С	ТВ
<b>З.2</b> знать принципы решения основных исследовательских задач для дифференциальных уравнений и задач оптимального управления	С	ТВ
<b>Освоенные умения</b>		
<b>У.1</b> уметь применять аппарат интегральных уравнений к исследованию дифференциальных уравнений и систем	ОТЗ	ПЗ
<b>У.2</b> уметь применять вариационные методы к исследованию задач оптимизации и управления	ОТЗ	ПЗ
<b>Приобретенные владения</b>		
<b>В.1</b> владеть основными аналитическими методами количественного и качественного исследования интегральных уравнений	ОТЗ	ПЗ
<b>В.2</b> владеть аппаратом вариационного исчисления как одним из базовых инструментов при решении задач оптимизации	ОТЗ	ПЗ
<b>В.3</b> владеть современными компьютерными методами исследования свойств решений интегральных уравнений и задач оптимизации	ОТЗ	ПЗ

*С – собеседование по теме; ТВ – теоретический вопрос; ТЗ – творческое задание с учетом темы научно-исследовательской деятельности; ОТЗ – отчет по творческому заданию; ПЗ – практическое задание с учетом темы научно-исследовательской деятельности.*

*Собеседование – средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с аспирантом на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.*

*Творческое задание - частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.*

Итоговой оценкой освоения дисциплинарных частей компетенций (результатов обучения по дисциплине) является промежуточная аттестация в виде зачета, проводимого с учетом результатов текущего контроля.

## **2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.**

В процессе формирования заявленных компетенций используются различные формы оценочных средств текущего и промежуточного контроля.

Компоненты дисциплинарных компетенций, указанные в дисциплинарных картах компетенций в рабочей программе дисциплины, выступают в качестве контролируемых результатов обучения в рамках освоения учебного материала дисциплины: знать, уметь, владеть.

### **2.1. Текущий контроль**

Текущий контроль для комплексного оценивания показателей знаний, умений и владений дисциплинарных частей компетенций (табл. 1) проводится в форме собеседования и защиты отчета о творческом задании.

#### **• Собеседование**

Для оценки **знаний** аспирантов проводится собеседование в виде специальной беседы преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной для выяснения объема знаний по определенному разделу, теме, проблеме.

Собеседование может выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

Критерии и показатели оценивания собеседования отображены в шкале, приведенной в табл. 2.

Таблица 2

<b>Уровень освоения</b>	<b>Критерии оценивания уровня освоения учебного материала</b>
Зачтено	Аспирант достаточно свободно использует фактический материал по заданному вопросу, умеет определять причинно-следственные связи событий, логично и грамотно, с использованием профессиональной терминологии обосновывает свою точку зрения.
Незачтено	Аспирант демонстрирует полное незнание материала или наличие бессистемных, отрывочных знаний, связанных с поставленным перед ним вопросом, при этом не ориентируется в профессиональной терминологии.

#### **• Защита отчета о творческом задании**

Для оценки **умений и владений** аспирантов используется творческое задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Творческие задания могут выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

Критерии оценивания защиты отчета творческого задания отображены в шкале, приведенной в табл. 3.



Таблица 3

Уровень освоения	Критерии оценивания уровня освоения учебного материала
<i>Зачтено</i>	Аспирант выполнил творческое задание успешно, показав в целом систематическое или сопровождающееся отдельными ошибками <b>применение</b> полученных знаний и <b>умений</b> , аспирант ориентируется в предложенном решении, может его модифицировать при изменении условия задачи. Аспирант может объяснить полностью или частично полученные результаты.
<i>Незачтено</i>	Аспирант допустил много ошибок или не выполнил творческое задание.

## 2.2. Промежуточная аттестация

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего контроля. Промежуточная аттестация проводится в виде зачета (3 семестр) в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки знаний и практическое задание (ПЗ) для проверки умений и владений заявленных дисциплинарных частей компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций. Пример билета представлен в приложении 1.

- **Шкалы оценивания результатов обучения при зачете**

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных дисциплинарных компетенций проводится по шкале оценивания «зачтено», «незачтено» путем выборочного контроля во время зачета.

Типовые шкалы и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачета для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в табл. 4 и табл. 5.

Таблица 4

### Шкала оценивания уровня знаний, умений и владений на зачете

Оценка	Критерии оценивания
<i>Зачтено</i>	Аспирант продемонстрировал сформированные или содержащие отдельные пробелы знания при ответе на теоретический вопрос билета. Показал сформированные или содержащие отдельные пробелы <b>знания</b> в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно.  Аспирант выполнил контрольное задание билета правильно или с небольшими неточностями. Показал успешное или сопровождающееся отдельными ошибками применение <b>навыков</b> полученных знаний и <b>умений</b> при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно.
<i>Незачтено</i>	При ответе на теоретический вопрос билета аспирант продемонстрировал фрагментарные <b>знания</b> . При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.  При выполнении контрольного задания билета аспирант продемонстрировал частично усвоенное <b>умение</b> и <b>применение</b> полученных навыков при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неточностей.

При оценке уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций в

рамках выборочного контроля при сдаче зачета считается, что полученная оценка проверяемой в билете дисциплинарной части компетенции обобщается на все дисциплинарные части компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.

Общая оценка уровня сформированности всех дисциплинарных частей компетенций проводится с учетом результатов текущего контроля в виде интегральной оценки по системе оценивания «зачтено» и «незачтено».

Таблица 6

Оценочный лист уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций на зачете

Итоговая оценка уровня сформированности дисциплинарных частей компетенций	Критерии оценивания компетенции
<i>Зачтено</i>	Аспирант получил по дисциплине оценку «зачтено»
<i>Незачтено</i>	Аспирант получил по дисциплине оценку «незачтено»

### 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Задания для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание:

- 1) уровня освоения теоретических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
- 2) степени готовности аспиранта применять теоретические знания и профессионально значимую информацию и оценивание сформированности когнитивных умений.
- 3) приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Задания для оценивания когнитивных умений (знаний) должны предусматривать необходимость проведения аспирантом интеллектуальных действий:

- по дифференциации информации на взаимозависимые части, выявлению взаимосвязей между ними и т.п.;
- по интерпретации и творческому усвоению информации из разных источников, ее системного структурирования;
- по комплексному использованию интеллектуальных инструментов учебной дисциплины для решения учебных и практических проблем.

При составлении заданий необходимо иметь в виду, что они должны носить практико-ориентированный комплексный характер и формировать закрепление осваиваемых компетенций.

### 4. Типовые контрольные вопросы и задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### 4.1 Типовые творческие задания:

1. Провести сравнение определения вариации функционала с производными:  
а) по Фреше; б) по Гато.
2. Обобщить основную лемму вариационного исчисления на случай произвольного конечномерного пространства.
3. Доказать неравенство Виртингера методами вариационного исчисления.



4. Найти необходимое и достаточное условие разрешимости неоднородного уравнения Фредгольма с вырожденным ядром в терминах ортогональности правой части решению однородного сопряженного уравнения.
5. Доказать, что спектр линейного интегрального оператора Вольтерра состоит только из нуля и построить резольвенту этого оператора.

4.2 Типовые контрольные вопросы для оценивания знаний на зачете по дисциплине:

1. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума функционала.
2. Вторая вариация функционала. Достаточное условие экстремума функционала.
3. Вариационные методы в механике. Принцип Гамильтона.
4. Интегральное представление решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (оператор Коши).
5. Интегральное представление решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка (оператор Грина).

4.3 Типовые контрольные задания для оценивания приобретенных умений и владений на зачете по дисциплине:

1. Для уравнения  $x(t) = \lambda \int_0^t t^2 s x(s) ds + f(t)$ , рассматриваемого в пространстве непрерывных на  $[0, b]$  функций, построить резольвенту и найти интегральное представление решения при любой  $f$ .
2. Для линейного уравнения Вольтерра  $x(t) = \lambda \int_0^t K(t, s)x(s) ds + f(t)$  задать итерационную процедуру построения резольвенты. Доказать, что данная процедура сходится и дать оценку скорости сходимости.
3. Среди кривых, соединяющих две заданные точки, найти такую, при вращении которой вокруг горизонтальной оси, образуется тело с минимальной поверхностью. Найти условия разрешимости задачи и приближенный метод вычисления параметров экстремали.
4. Среди ограниченных плоских областей заданной площади найти такую, у которой граница имеет минимальную длину.
5. Найти минимум функционала  $\int_0^1 \dot{x}^2(s) ds$ , рассматриваемого на множестве дважды непрерывно дифференцируемых на  $[0, 1]$  функций, удовлетворяющих условиям:  $x(0) = x(1) = 0$ ,  $\int_0^1 x^2(s) ds = 1$ .
6. Пусть  $K(t, s) = K(s, t)$ , а  $\lambda$  не является характеристическим числом оператора  $Ax(t) = \int_a^b K(t, s)x(s) ds$ . Доказать, что решение уравнения  $x - \lambda Ax = f$  в пространстве  $L_2$  можно представить в виде ряда Фурье по системе собственных функций оператора  $A$ .

Полный комплект вопросов и заданий для сдачи зачета в форме утвержденных билетов хранится на кафедре «Вычислительная математика и механика».



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФГБОУ ВО «Пермский национальный**  
**исследовательский политехнический**  
**университет» (ПНИПУ)**

**Направление**  
**01.06.01 Математика и механика**  
**Программа**  
**Функционально-дифференциальные**  
**уравнения**  
**Кафедра**  
**Вычислительная математика и механика**

**Дисциплина**  
**«Спецглавы математики»**

**БИЛЕТ № 1**

1. Достаточное условие экстремума функционала (*контроль знаний*).
2. Найти все  $\lambda \in \mathbb{R}$ , для которых уравнение  $x(t) = \lambda \int_0^1 (t^2 s - s^2 t)x(s) ds + t$  имеет решения в пространстве непрерывных на  $[0, 1]$  функций, и построить их (*контроль умений*).
3. Найти уравнение геодезических линий прямого кругового цилиндра (*контроль владений*).

Составитель \_\_\_\_\_  
(подпись)

Малыгина В.В.

Заведующий кафедрой ВММ \_\_\_\_\_  
(подпись)

Труфанов Н.А.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 \_\_\_\_ г.

### Лист регистрации изменений

№ п.п.	Содержание изменения	Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой
1	2	3
1		
2		
3		
4		